

نمایش اعداد رادیکالی

به نام خدا

در این جلسه میفوییم درباره نمایش اعداد رادیکالی روی محور با هم صحبت کنیم. این قسمت توی کتاب فیلی خلاصه گفته شده. امیدوارم که این جزوه بتونه کمکتون کنه که به این مبحث مسلط بشید.

قدم به قدم پیش میریم که راحت تر بتونیم یاد بگیریم. بیان یه کم با اعداد بازی کنیم.

توی هر مرحله من دو تا عدد میگم که این اعداد، اضلاع یه مثلث قائم الزاویه هستن و شما سریع اندازه وتر رو به من بگید 😊 (بعد از اینکه جواب دارید میتونید جواب من رو هم ببینید)

شماره ۱:

اندازه ضلع‌ها ۱ و ۱

وتر چنده؟

$$\text{وتر}^2 = 1^2 + 1^2$$

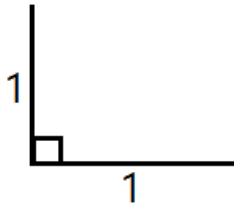
$$\text{وتر}^2 = 2 \rightarrow \text{وتر} = \sqrt{2}$$

شما هم درست حساب کرده بودید؟ آخرین 😊

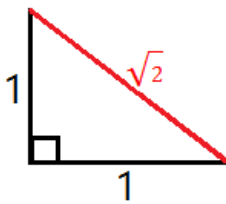
حالا فرض کنید که می‌خواهیم این مثلث رو رسم کنیم.

ما که نمی‌تونیم $\sqrt{2}$ رو با استفاده از خط‌کش بکشیم، پس چکار کنیم؟

دو تا ضلع دیگه که اندازشون رو با خط‌کش می‌تونیم نشون بدیم، می‌کشیم. توجه داشته باشید که این دو تا ضلع باید بر هم عمود باشن:



حالا اگه وتر رو رسم کنیم، مثلثمون کامل میشه:



ما اینجا به کار مهم انجام دادیم، تونستیم به خط رسم کنیم که اندازه‌ش $\sqrt{2}$ هست 😊

شماره ۲:

اندازه ضلع‌ها ۱ و $\sqrt{2}$

وتر چنده؟

$$\text{وتر}^2 = \sqrt{2}^2 + 1^2$$

$$\text{وتر}^2 = 3 \rightarrow \text{وتر} = \sqrt{3}$$

میدونم که شما هم درست حساب کردید. آفرین 😊

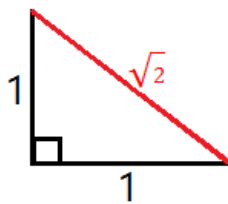
حالا میفویام این مثلث رو رسم کنیم.

ضلعهای مثلث پیا پیا بودن؟ 1 و $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$

دفعه‌ی قبلی دو تا از عددها رو می‌تونستیم با فط کش رسم کنیم ولی اینجا دو تا از عددها، اریکالی هستن ... چکار کنیم؟ ☹️

یه کم فکر کنید... فب ما سری قبلی تونستیم $\sqrt{2}$ رو رسم کنیم. چرا از اون استفاده نکنیم؟ 😊

مثلثی که سری قبل رسم کرده بودیم رو میاریم و از ضلعی که اندازه‌ش $\sqrt{2}$ هست استفاده می‌کنیم:

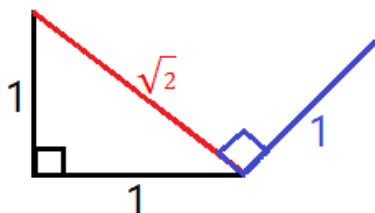


با دو تا ضلع دیگه‌ش کاری نداریم، فقط با ضلعی کار داریم که اندازه‌ش $\sqrt{2}$ هست. پس $\sqrt{2}$ رو داریم.

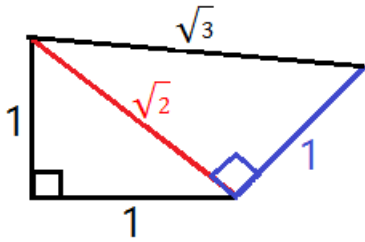
بقیه ضلعهای مثلثی که میفواستیم رسم کنیم پیا پیا بودن؟ 1 و $\sqrt{3}$

بین این دو تا عدد، کدوم رو می‌تونیم با فط کش رسم کنیم؟ 1 رو.

پس یه فط عمود بر $\sqrt{2}$ رسم می‌کنیم که اندازه‌ش 1 باشه:



حالا وتر این مثلث رو رسم می‌کنیم:

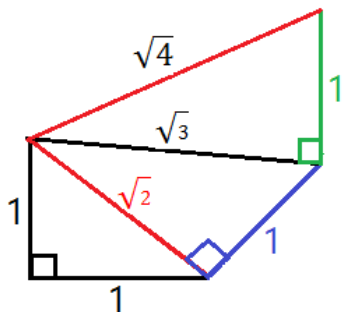


ما بازم یه کار مهم انجام دادیم، تونستیم قطی رو رسم کنیم که اندازه‌ش $\sqrt{3}$ باشه ☺

بازی رو ادامه بدیم؟ بلههههههههههه

شماره ۳ :

میفوام بازی رو یه کم تغییر بدم. بازی رو با شکل ادامه بدیم. ما توی مرحله قبل تونستیم $\sqrt{3}$ رو نشون بدیم. حالا آگه یه قط با اندازه ۱ بهش عمود کنیم. وتر مثلث برابر چند میشه؟



$$\text{وتر}^2 = \sqrt{3}^2 + 1^2$$

$$\text{وتر}^2 = 4 \rightarrow \text{وتر} = \sqrt{4}$$

متوجه نتیجه بازی شدید؟

ما آگه این کار رو ادامه بدیم، می‌تونیم و $\sqrt{8}$ و $\sqrt{7}$ و $\sqrt{6}$ و $\sqrt{5}$ رو رسم کنیم.

یه بار دیگه به آخرین شکل نگاه کنید.

مثلی که وترش $\sqrt{2}$ هست، اندازه اضلاعش برابره با ۱ و ۱

مثلی که وترش $\sqrt{3}$ هست، اندازه اضلاعش برابره با ۱ و $\sqrt{2}$

مثلی که وترش $\sqrt{4}$ هست، اندازه اضلاعش برابره با ۱ و $\sqrt{3}$ اگه این روند رو ادامه بدیم، می‌تونیم نتیجه بگیریم:

مثلی که وترش $\sqrt{5}$ هست، اندازه اضلاعش برابره با ۱ و $\sqrt{4}$

مثلی که وترش $\sqrt{6}$ هست، اندازه اضلاعش برابره با ۱ و $\sqrt{5}$

و

با توجه به این اعداد ما دیگه می‌دونیم که اگه از ما بفوان که یه قط با طول رادیکالی رسم کنیم باید ابعاد مثلثمون چند باشه.

پس :

اگه از ما بفوان قطی به اندازه $\sqrt{2}$ بکشیم:

یه مثلث رسم می‌کنیم با ابعاد ۱ و ۱. وتر این مثلث میشه قطی به اندازه $\sqrt{2}$

اگه از ما بفوان قطی به اندازه $\sqrt{3}$ بکشیم :

یه مثلث رسم می‌کنیم با ابعاد $\sqrt{2}$ و ۱. وتر این مثلث میشه قطی به اندازه $\sqrt{3}$

اگه از ما بفوان قطی به اندازه $\sqrt{5}$ بکشیم :

یه مثلث رسم می‌کنیم با ابعاد $2 = \sqrt{4}$ و ۱. وتر این مثلث میشه قطی به اندازه $\sqrt{5}$

تا اینجا ما یاد گرفتیم که هر عدد رادیکالی رو که بومون دادن با استفاده از مثلث قائم‌الزاویه رسم کنیم.

نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد:

حالا ممکنه از ما بپوئان که یه عدد گنگ رو روی محور اعداد نشون بدم. در ادامه می‌فوایم به این مطلب پردازیم.

دوستای عزیزم لطفاً آگه مطالب بالا رو یاد گرفتید، ادامه جزوه رو بفونید. آگه فکر می‌کنید که هنوز این مطالب رو خوب یاد نگرفتید یه بار دیگه بفونید و بعد درس رو ادامه بدم.

فرض کنید از ما فواستن که $\sqrt{2}$ رو روی محور اعداد نشون بدم.

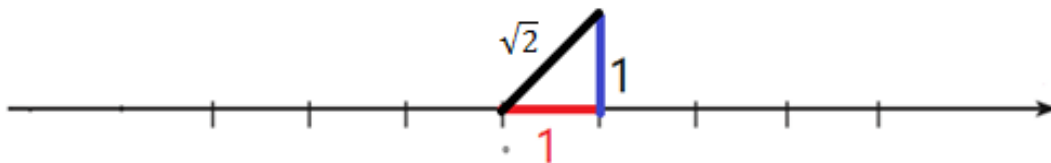
طبق پیزایی که در قسمت قبل یاد گرفتیم، آگه وتر مثلث قائم‌الزاویه برابر $\sqrt{2}$ باشه، اندازه اضلاع اون مثلث ۱ و ۱ هست. بنابراین:

گام ۱. یه مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع ۱ و ۱ می‌سازیم. بطوری این مثلث رو رسم می‌کنیم؟

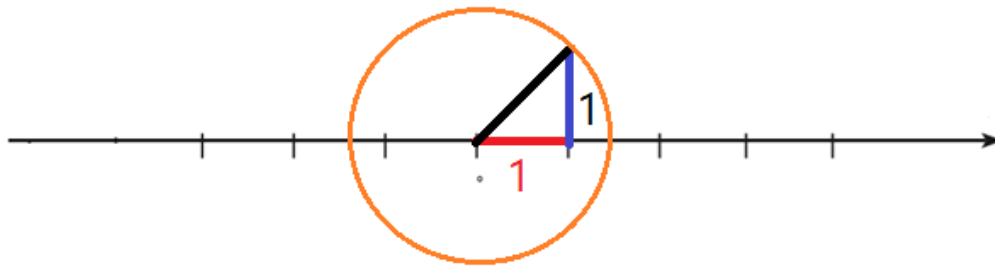
یه واحد روی محور حرکت می‌کنیم، یعنی یه خط از نقطه ۰ تا نقطه ۱ می‌کشیم.

حالا یه خط به طول ۱ رو بر این خط عمود می‌کنیم.

تا اینجا دو تا از ضلع‌های مثلث رسم شدن، این دو تا ضلع رو به هم وصل می‌کنیم تا وتر هم ساخته بشه. می‌دونیم که اندازه وتر برابر $\sqrt{2}$ هست.

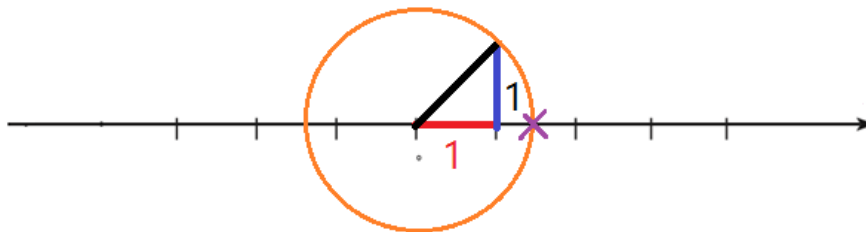


گام ۲. یه دایره رسم می‌کنیم که مرکزش روی مبدا افتصات باشه و شعاعش برابر وتر مثلث



ما می‌دونیم که در یک دایره، همه شعاعها با هم برابرند، بنابراین همه شعاعهای این دایره اندازه‌شون برابر $\sqrt{2}$ هست.

گام ۳. محل برخورد دایره با محور مقصود رو علامت می‌زنیم. این نقطه نشون‌دهنده $\sqrt{2}$ روی محور



مثال:

عدد $\sqrt{5}$ را روی محور نشان دهید.

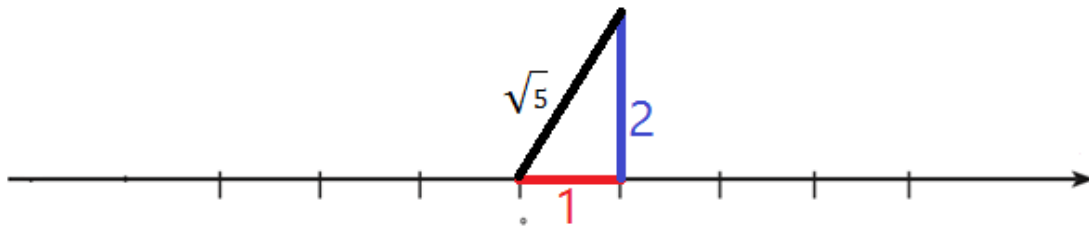
طبق پیزایی که در قسمت قبل یاد گرفتیم، اگه وتر مثلث قائم‌الزاویه برابر $\sqrt{5}$ باشه، اندازه اضلاع اون مثلث ۱ و $\sqrt{4}$ هست. $\sqrt{4}$ هم که برابر ۲ میشه. بنابراین:

گام ۱. یه مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع ۱ و ۲ می‌سازیم. پطوری این مثلث رو رسم می‌کنیم؟

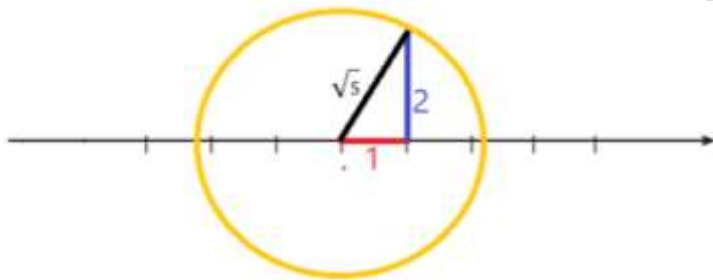
یه واحد روی محور حرکت می‌کنیم، یعنی یه خط از نقطه ۰ تا نقطه ۱ می‌کشیم.

حالا یه خط به طول ۲ رو بر این خط عمود می‌کنیم.

تا اینجا دو تا از ضلع‌های مثلث رسم شدن، این دو تا ضلع رو به هم وصل می‌کنیم تا وتر هم ساخته بشه. می‌دونیم که اندازه وتر برابر $\sqrt{5}$ هست.

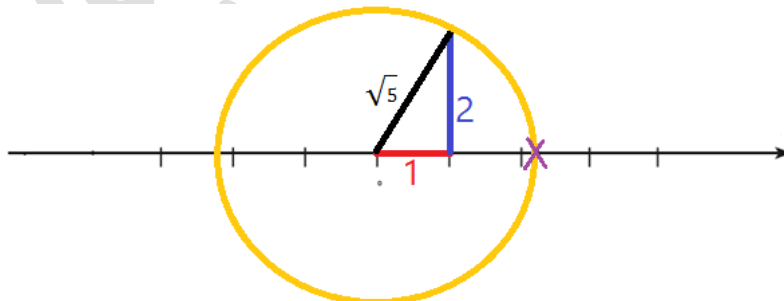


گام ۲. یه دایره رسم می‌کنیم که مرکزش روی مبدا مفتصات باشه و شعاعش برابر وتر مثلث



ما می‌دونیم که در یک دایره، همه شعاعها با هم برابرن، بنابراین همه شعاعهای این دایره اندازه‌شون برابر $\sqrt{5}$ هست.

گام ۳. محل برخورد دایره با محور مفتصات رو علامت می‌زنیم. این نقطه نشون‌دهنده $\sqrt{5}$ روی محور



مثال:

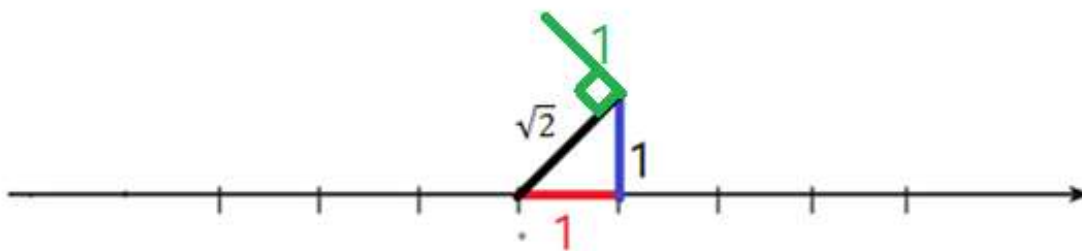
عدد $\sqrt{3}$ را روی محور نشان دهید.

طبق پیزایی که در قسمت قبل یاد گرفتیم، اگر وتر مثلث قائم الزاویه برابر $\sqrt{3}$ باشد، اندازه اضلاع اون مثلث ۱ و $\sqrt{2}$ هست.

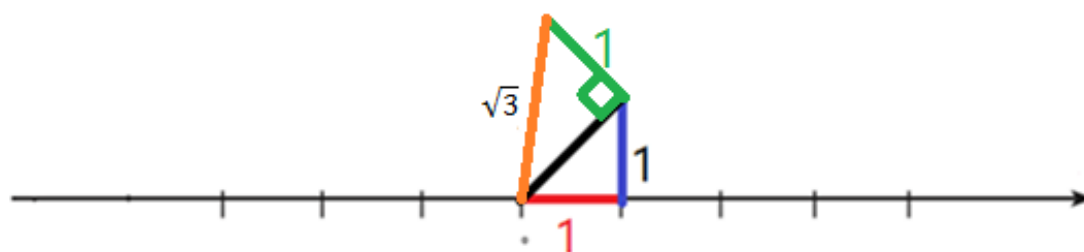
گام ۱. به مثلث قائم الزاویه با اضلاع ۱ و $\sqrt{2}$ می‌سازیم. بطوری این مثلث رو رسم می‌کنیم؟

ما نمی‌تونیم با استفاده از فیکش $\sqrt{2}$ رو رسم کنیم. پس چکار کنیم؟

ما در مثال اول $\sqrt{2}$ رو روی محور نشون دادیم. پس در اینجا از اون شکل استفاده می‌کنیم. یعنی به طول ۱ رو بر اون ضلع عمود می‌کنیم:

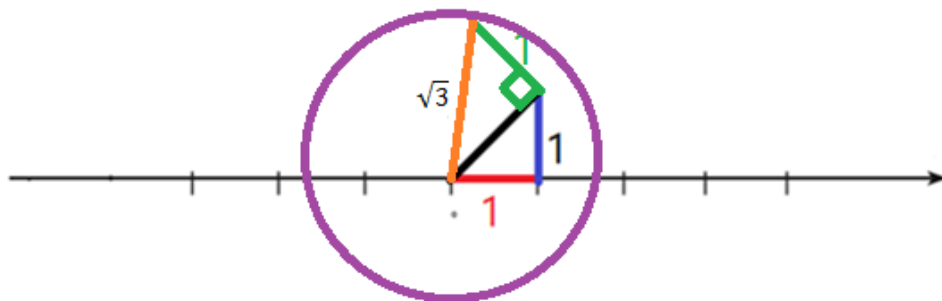


حالا اگر این دو تا ضلع رو به هم وصل می‌کنیم وتر هم ساخته میشه که اندازه‌ش $\sqrt{3}$ هست.



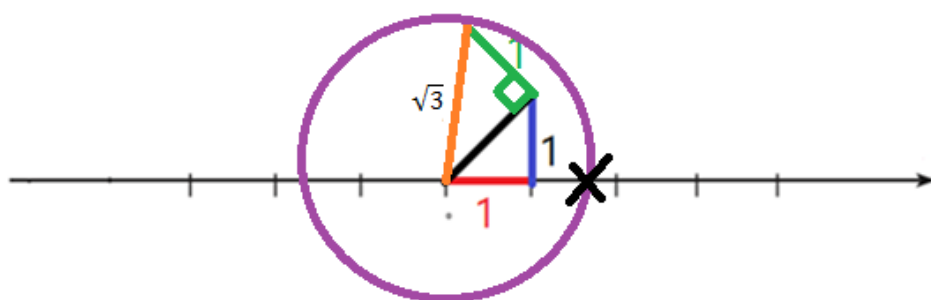
گام ۲. به دایره رسم می‌کنیم که مرکزش روی مبدأ مقدمات باشد و شعاعش برابر وتر

مثبت



ما می‌دونیم که در یک دایره، همه شعاعها با هم برابرند، بنابراین همه شعاعهای این دایره اندازه‌شون برابر $\sqrt{3}$ هست.

گام ۳. مثل برافورد دایره با محور مقدمات رو علامت می‌زنیم. این نقطه نشون‌دهنده $\sqrt{3}$ روی محور



فب! نمایش اعداد رادیکالی روی محور رو یاد گرفتیم ولی ممکنه سوال رو به صورت دیگه‌ای مطرح کنن.

مثال زیر رو ببینید:

عدد $3 + \sqrt{2}$ ، روی محور اعداد نشان دهید.

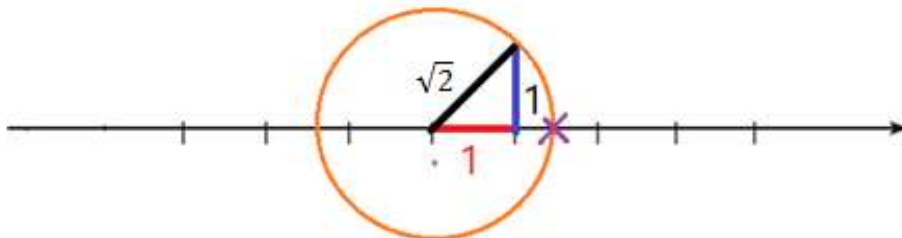
لطفا توجه کنید که برای حل این سوال ، همه کارهایی که انجام میدیم مشابه قبله. تنها تفاوتی که وجود داره اینه که در مثالهای قبل نقطه صفر رو به عنوان مبدا انتساب می‌کردیم اما در اینجا باید $+3$ رو به عنوان مبدا انتساب کنیم.

به عبارت دیگه به صورت زیر عمل می‌کنیم:

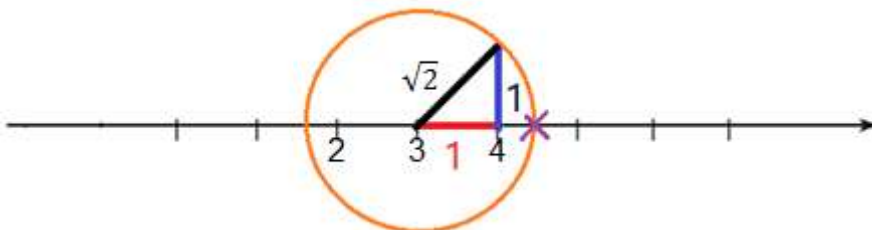
گام ۱. مشابه قبل $\sqrt{2}$ رو روی محور نشون میدیم .

گام ۲. به جای صفر قرار میدیم $+3$ و عددهای روی محور رو دوباره می‌نویسیم.

در قسمت قبل $\sqrt{2}$ رو به صورت زیر روی محور نشون دادیم:



حالا عدد صفر که مرکز هست رو پاک می‌کنیم و به جاش می‌نویسیم 3 :

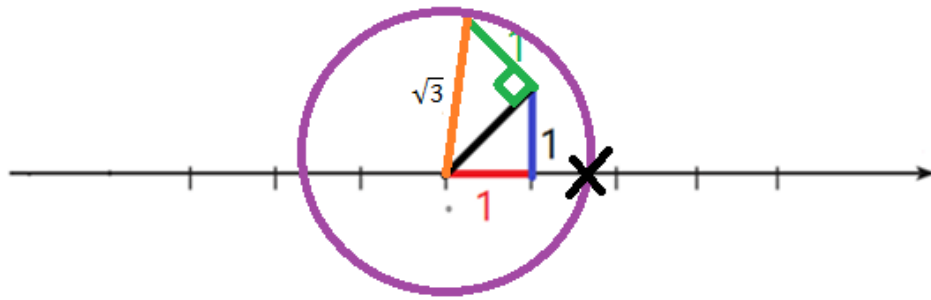


عددی که اینجا نمایش داده شده برابر $\sqrt{2} + 3$ هست.

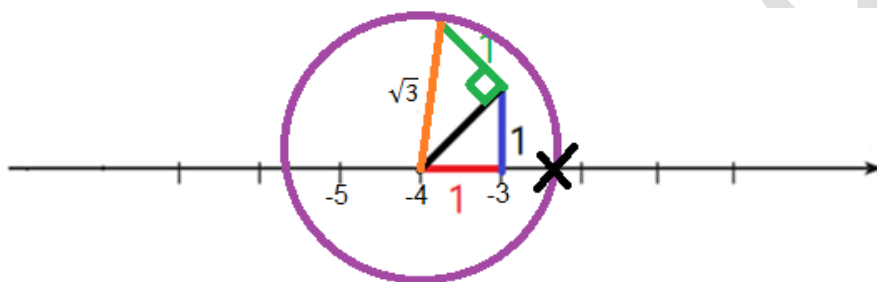
مثال بعد:

عدد $4 - \sqrt{3}$ رو روی محور مفتحات نمایش دهید.

ما در قسمت قبل $\sqrt{3}$ رو روی محور نشون دادیم، به صورت زیر:



حالا ۰ رو از روی محور پاک می‌کنیم و به جاش می‌نویسیم -۴ :



عددی که اینجا نمایش داده شده برابر $\sqrt{3} - 4$ هست.

پس هر عددی که به رادیکال اضافه یا کم شده بود رو به جای صفر میذاریم.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانال‌های [@RiaziBaHam](https://www.instagram.com/RiaziBaHam) و [@RiaziBaHam8](https://www.instagram.com/RiaziBaHam8)

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.